DYNAMIKA MASZYNY SYNCHRONICZNEJ

Równania wyjściowe stojana (3-fazowe) i wirnika są identyczne jak w maszynie cylindrycznej:

$$[\mathrm{u}] = [\mathrm{R}]\,[\mathrm{i}] + \frac{d[\psi]}{dt}$$

$$u_f = R_f i_f + \frac{d\psi_f}{dt}$$

Jeśli uwzględnimy istnienie klatki rozruchowo-tłumiącej (lub chcemy uwzględnić działanie tłumiące nieblachowanego rdzenia wirnika) to do powyższych równań należy dopisać równania klatki jako sprowadzone do dwufazowego uzwojenie umieszczone w osiach d i q, przy czym są to uzwojenia zwarte (napięcie zasilające jest równe 0) Umiejscowienie osi dq w maszynie jawnobiegunowej jest wyznaczone w sposób naturalny poprzez wymuszenie strumienia magnesującego (wytworzonego przez prąd wzbudzenia) w osi podłużnej d, pod kątem prostym do tej osi występuje oś poprzeczna q:

$$0 = R_D i_D + \frac{d\psi_D}{dt} \qquad 0 = R_Q i_Q + \frac{d\psi_Q}{dt}$$

Poszczególne strumienie sprowadza się zwykle do iloczynu indukcyjności własnych obwodu oraz indukcyjności wzajemnych i odpowiadających im składników prądów istniejących w modelu.

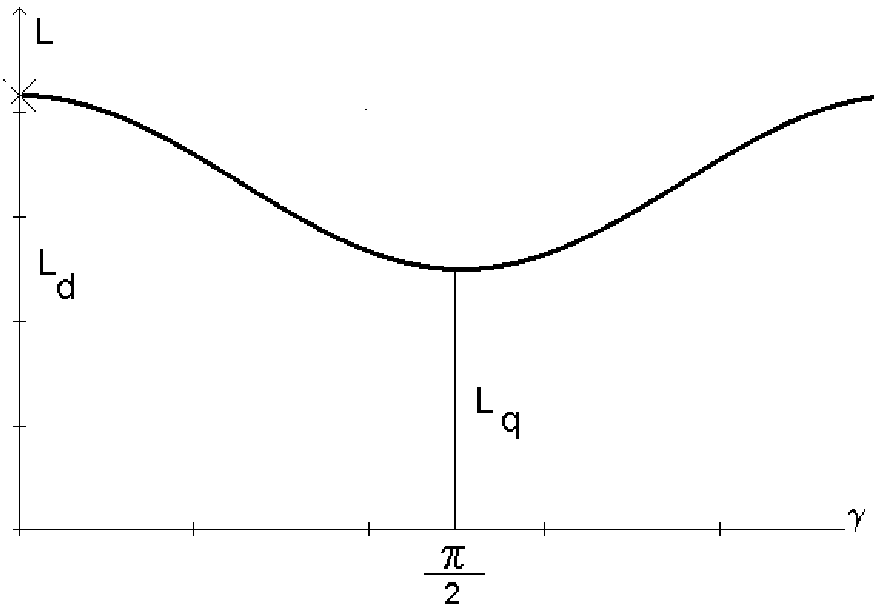
Strumień skojarzony z uzwojeniem stojana ma takie same składniki jak w maszynie cylindrycznej. Z uwagi na fakt, iż grubość szczeliny powietrznej o osi d jest mniejsza niż w osi q należy zaznaczyć, że indukcyjność własna każdego z uzwojeń stojana jest zależna od kąta obrotu wirnika. Przy ustawieniu wirnika tak, aby oś d pokrywała się z uzwojeniem A indukcyjność własna tego uzwojenia jest wówczas maksymalna. Jeśli pokrywają się oś q i oś fazy A – indukcyjność tego obwodu jest najmniejsza.

Zależność indukcyjności własnej można przedstawić w postaci szeregu:

$$L_A = L_\sigma + m_0 + m_2 \cos 2\gamma + m_4 \cos 4\gamma + \ldots$$

Przy czym z dużą dokładnością można ograniczyć się do:

$$L_A = L_{\sigma s} + m_0 + m_2 \cos 2\gamma$$



Podobnie wygląda przebieg zależności indukcyjności wzajemnych w obrębie stojana:

$$M_{AB} = m_0 + m_2 \cos 2(\gamma - 30°)$$

Przy czym możemy rozdzielić indukcyjności własne na część związaną ze strumieniem rozproszenia i część związaną ze strumieniem w szczelinie powietrznej, wówczas możemy oznaczyć podobnie jak w maszynie cylindrycznej:

$$\left[\psi\right] = ([L_\sigma] + [M_{ss}])\left[i\right] + [M_{sf}]i_f + [M_{sD}]i_D + [M_{sQ}]i_Q$$

:

Macierz indukcyjności związanych ze strumieniem rozproszenia uzwojeń stojana jest diagonalna:

$$[L_{\sigma s}] = L_{\sigma s}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Indukcyjności własne wzajemne pomiędzy uzwojeniami stojana są maszynie jawnobiegunowej funkcjami kąta γ:

$$[M_{ss}] = \begin{bmatrix} m_0 + m_2 \cos 2\gamma & -\frac{m_0}{2} + m_2 \cos(2\gamma - 120°) & -\frac{m_0}{2} + m_2 \cos(2\gamma - 240°) \\ -\frac{m_0}{2} + m_2 \cos(2\gamma - 120°) & m_0 + m_2 \cos(2\gamma - 240°) & -\frac{m_0}{2} + m_2 \cos 2\gamma \\ -\frac{m_0}{2} + m_2 \cos(2\gamma - 240°) & -\frac{m_0}{2} + m_2 \cos 2\gamma & m_0 + m_2 (2\gamma - 120°) \end{bmatrix}$$

Indukcyjności wzajemne stojan-wirnik są także funkcjami kąta γ:

$$[M_{sf}] = L_f \begin{bmatrix} \cos\gamma \\ \cos(120^\circ - \gamma) \\ \cos(240^\circ - \gamma) \end{bmatrix}$$

$$[M_{sD}] = L_D \begin{bmatrix} \cos\gamma \\ \cos(120^\circ - \gamma) \\ \cos(240^\circ - \gamma) \end{bmatrix}$$

$$[M_{sQ}] = L_Q \begin{bmatrix} \sin\gamma \\ \sin(120^\circ - \gamma) \\ \sin(240^\circ - \gamma) \end{bmatrix}$$

W przypadku maszyn synchronicznych, szczególnie jawnobiegunowej, warto dokonywać transformacji od razu z układu trójfazowego do układu dwufazowego wirującego z prędkością wirowania wirnika. Jest to równoznaczne z zastosowaniem transformacji w postaci:

$$[P] = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos\gamma & \sin\gamma & 0 \\ -\sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

$$[P] = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos\gamma & \cos(\gamma - 120^\circ) & \cos(\gamma - 240^\circ) \\ \sin\gamma & \sin(\gamma - 120^\circ) & \sin(\gamma - 240^\circ) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

Po przekształceniu tych macierzy do układu współrzędnych dq otrzymamy:

$$[M_{\alpha\beta}] = \begin{bmatrix} L_d & 0 & 0 \\ 0 & L_q & 0 \\ 0 & 0 & L_{\sigma s} \end{bmatrix}$$

gdzie:

$$L_d = l_{\sigma s} + \frac{3}{2}(m_0 + m_2)$$

$$L_q = l_{\sigma s} + \frac{3}{2}(m_0 - m_2)$$

Komplet równań dla maszyny jawnobiegunowej z uwzględnieniem uzwojeń rozruchowo-tłumiących przyjmie zatem postać następującą:

$$u_d = Ri_d + \frac{d\psi_d}{dt} + j\omega\psi_q$$

$$u_q = Ri_q + \frac{d\psi_q}{dt} - j\omega\psi_d$$

$$u_0 = Ri_o + \frac{d\psi_0}{dt}$$

$$0 = R_D i_D + \frac{d\psi_D}{dt} \qquad 0 = R_Q i_Q + \frac{d\psi_Q}{dt}$$

$$\psi_d = L_d i_d + M_{lf} i_f + M_{lD} i_D$$

$$\psi_q = L_q i_q + M_{lQ} i_Q$$

$$\psi_0 = L_0 i_o$$

$$\psi_f = L_f i_f + M_{fD} i_D + \frac{3}{2} M_{lf} i_d$$

$$\psi_D = L_D i_D + M_{fD} i_f + \frac{3}{2} M_{lD} i_d$$

$$\psi_Q = L_Q i_Q + \frac{3}{2} M_{lQ} i_q$$

Dla stanie ustalonym, gdy prędkość obrotowa wirnika jest równa prędkości wirowania pola magnetycznego (wypadkowego) w uzwojeniu rozruchowo-tłumiącym nie płyną prądy, wartości prądów i napięć w osiach d i q przyjmują wartości stałe, składowa zerowa przyjmuje wartość zerową, stąd:

$$\psi_d = L_d i_d + M_{lf} i_f$$

$$\psi_q = L_q i_q$$

$$u_d = Ri_d + L_d \frac{di_d}{dt} + M_{lf} \frac{di_f}{dt} + j\omega L_q i_q$$

$$u_q = Ri_q + L_q \frac{di_q}{dt} - j\omega L_d i_d - j\omega M_{lf} i_f$$

W układzie dq prądy w stanie ustalonym mają wartości stałe, stąd:

$$u_d = Ri_d + j\omega L_q i_q$$

$$u_q = Ri_q - j\omega L_d i_d - j\omega M_{lf} i_f$$

$$u_d = Ri_d + j\omega L_q i_q$$

$$u_d + ju_q = R(i_d + ji_q) + j\omega L_q i_q + \omega L_d i_d + \omega M_{lf} i_f$$

$$\underline{u} = R\underline{i} + j\omega L_q i_q + \omega L_d i_d + e$$

Po wymnożeniu obu stron przez:

$$e^{j\omega_1}$$

Otrzymamy równanie opisujące maszynę jawnobiegunową w układzie stacjonarnym. Przyjmując, że napięcie na zaciskach maszyny, prąd oraz siła elektromotoryczna są przebiegami sinusoidalnymi otrzymamy równanie stanu ustalonego w postaci:

$$\underline{U} = R\underline{I} + jX_q \underline{I}_q + jX_d \underline{I}_d + \underline{E}$$

$$\underline{U} = R\underline{I} + jX_q \underline{I} + j(X_d - X_q)\underline{I}_d + \underline{E}$$

Maszyny synchroniczne zwykle pracują jako generatory, stąd wygodniej jest analizować maszynę synchroniczną podstawiając:

$$\underline{I}_t = -\underline{I}$$

Otrzymamy:

$$\underline{E} = R\underline{I}_t + jX_q \underline{I}_t + j(X_d - X_q)\underline{I}_{dt} + \underline{U}$$

Równania maszyny cylindrycznej otrzymamy przyjmując równomierną szczelinę powietrzną, tzn. X_q=X_d:

$$\underline{E} = R\underline{I}_t + jX_q \underline{I}_t + \underline{U}$$