WPROWADZENIE DO PRZEDMIOTU

Pole magnetyczne wytwarzane jest tylko i wyłącznie przez przepływ prądu elektrycznego. Pole magnetyczne opisane jest przez wektor natężenia pola **H**, którego zwrot, kierunek i wartość jest zależna od prądów przepływających przez dowolną powierzchnię S ograniczoną krzywą zamkniętą C(S). Jeśli dokonamy całkowania wartości natężenia pola względem drogi wyznaczonej przez krzywą C(S) wyznaczającą powierzchnię S, to związek pomiędzy wartością prądów przechodzących przez tą powierzchnię a natężeniem pola magnetycznego opisany jest prawem przepływu Ampera (2). Prawo to ma bezpośredni związek z jednym z praw Maxwella [12]:

$$rot(\mathbf{H}) = \mathbf{J} + \frac{d\mathbf{D}}{dt} \tag{1}$$

Gdzie **J** jest gęstością prądu w danym punkcie a **D** jest wektorem indukcji elektrycznej. Przy częstotliwościach technicznych (50, 60Hz) w powyższym równaniu można pominąć pochodną zmian indukcji elektrycznej **D** względem czasu. Równanie (1) w postaci całkowej przyjmuje wówczas postać:

$$\Theta = \oint_{C(S)} \mathbf{H} d\mathbf{l} = \sum i \tag{2}$$

Skutki działania pola magnetycznego są związane z wielkością indukcji magnetycznej, której wielkość jest zależna od natężenia pola magnetycznego oraz środowiska w jakim analizujemy pole magnetyczne:

$$\mathbf{B} = f(\mathbf{H}) \tag{3}$$

Zgodnie z elektrodynamiką klasyczną obowiązuje relacja [12]:

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M}) \tag{4}$$

w której M oznacza moment magnetyczny jednostki objętości materiału [12] (nazywany także namagnesowaniem lub wektorem namagnesowania [13]). Dla wielu substancji, takich jak paramagnetyki i diamagnetyki, w niewielkim polu magnetycznym bardzo dobrym przybliżeniem jest zależność liniowa:

$$\mathbf{M} = \xi \mathbf{H} \tag{5}$$

Wówczas:

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \xi \mathbf{H}) = \mu_0(1 + \xi)\mathbf{H} \tag{6}$$

Wartość:

$$\mu_r = (1 + \xi) \tag{7}$$

Nazywana jest często względną przenikalnością magnetyczną. W wielu środowiskach (próżnia, powietrze) wartość indukcji jest proporcjonalna do natężenia pola magnetycznego, a współczynnik proporcjonalności nazywany jest przenikalnością magnetyczną. Wygodnym i praktycznie stosowanym oznaczeniem tej proporcji jest wówczas wzór:

$$\mathbf{B} = \mu_r \mu_0 \mathbf{H} \tag{8}$$

Gdzie μ_0 jest przenikalnością magnetyczną próżni a μ_r jest przenikalnością względną danego środowiska (w próżni μ_r=1). Wartość przenikalności próżni jest równa:

$$\mu_0 = 4\pi 10^{-7}\ H/m \tag{9}$$

W maszynach elektrycznych wykorzystywany jest materiał ferromagnetyczny, w którym zależność indukcji magnetycznej od wartości natężenia pola magnetycznego jest silnie nieliniowa. Zależność tę opisuje krzywa histerezy magnetycznej pokazanej na *Rys. 1*.

Rys. 1 Zależność indukcji magnetycznej od natężenia pola magnetycznego w ferromagnetyku (Histereza magnetyczna).

W sytuacji, gdy ferromagnetyk nigdy nie był w pobliżu pola magnetycznego, wartość natężenia pola (i indukcji) jest równa zero (*Rys. 1*). Jeśli w pobliżu ferromagnetyka wymusimy (poprzez przepływ prądu) wartość natężenia pola magnetycznego H oraz będziemy zwiększać jego wartość (poprzez zwiększenie prądu) to wartość indukcji magnetycznej będzie się zwiększać w sposób pokazany krzywą 1 – nazywamy ją krzywą magnesowania pierwotnego. W pierwszym fragmencie wartość indukcji jest znacznie większa niż w próżni czy w powietrzu. Nachylenie krzywej w tych punktach jest zależna od przenikalności magnetycznej, której wartość względna może sięgać wartości od kilku do kilkudziesięciu tysięcy. Dalsze zwiększanie natężenia pola powoduje, że nachylenie krzywej maleje aż do pełnego nasycenia ferromagnetyka i w tym obszarze silne spada. Jeśli w tym momencie będziemy zmniejszać prąd w otoczeniu ferromagnetyka to indukcja magnetyczne zmienia się wg. krzywej 2. Spadek prądu (i natężenia pola przez niego wytwarzany) spada do zera, lecz w tym punkcie indukcja magnetyczne nie jest równa zeru. Jej wartość nazywamy remanentem magnetycznym lub pozostałością magnetyczną.

Wartość indukcji magnetycznej jest wynikiem natężenia pola wytwarzanego przez ferromagnetyk. W ten sposób wytwarzany jest magnes trwały. Jeśli w tym momencie zmienimy kierunek prądu oraz kierunek zewnętrznego (względem ferromagnetyka) natężenia pola to wartość indukcji będzie zmieniać się od punktu A do C. W przypadku magnesów trwałych nazywamy ten odcinek krzywą odmagnesowania. Wartość natężenia pola magnetycznego, wytwarzanego przez prądy na zewnątrz ferromagnetyka, przy którym wypadkowe wartość indukcji magnetycznej jest równa zeru nazywamy natężeniem pola koercji. Dalsze zwiększanie wartości natężenia pola powoduje zmianę indukcji wg. krzywej 2. Jeśli, po dojściu do wartości maksymalnej zaczniemy zmniejszać wartość natężenia pola, to wartość indukcji będzie zmieniać się wg. krzywej 3.

Rys. 2 Pętle histerezy: (a) indukcja magnetyczna B w funkcji natężenia pola H, (b) moment magnetyczny (namagnesowanie) M w funkcji natężenia pola H [12].

Dokładniejsza analiza procesu magnesowania wymaga uwzględnienia zmian momentu magnetycznego M w zależności od natężenia pola magnetycznego H (*Rys. 2*b). Wypadkowa wartość indukcji magnetycznej jest wynikiem natężenia pola magnetycznego jak i wartości momentu magnetycznego. Moment magnetyczny możemy jest tu wynikiem magnesowania materiału, stąd wartość wypadkowego pola magnetycznego jest wynikiem wartości zewnętrznego pola magnetycznego jak i „historii" magnesowania [12]. Na *Rys. 2*a linią przerywaną pokazano kształt zależności M(H). Fragment histerezy magnetycznej pomiędzy wartością remanentu magnetycznego B_r oraz natężeniem pola koercji H_c jest istotna dla opisu magnesów trwałych i nazywana jest krzywą odmagnesowania. Kształt histerezy jest zależny od różnych czynników jak np. składu chemicznego materiału ferromagnetycznego, sposobu jego produkcji, czystości tego materiału. W praktyce dokładna analiza rozkładu pola magnetycznego jest wykonywania z wykorzystaniem specjalnego oprogramowania i ma istotne znaczenia w procesie projektowania nowych konstrukcji maszyn i urządzeń elektrycznych.

W praktyce inżynierskiej istotne znaczenie mają skutki działania pola magnetycznego wytwarzanego celowo w różnych maszynach elektrycznych. Skutki działania pola magnetycznego związane są głównie z pojęciem strumienia magnetycznego, definiowanego jako:

$$\phi = \int_S \mathbf{B}d\mathbf{s} \tag{10}$$

O wartości strumienia magnetycznego decyduje zatem wartość indukcji magnetycznej w obszarze danej powierzchni oraz wielkość powierzchni, dla której obliczmy strumień magnetyczny. Jeśli powierzchnia wyznaczona jest przez kształt przewodnika, to sumaryczny efekt całkowania wg. tak wyznaczonej powierzchni nazywamy strumieniem magnetycznym skojarzonym z tym przewodnikiem (w skrócie nazywamy to strumieniem skojarzonym). Wartość tego strumienia jest zatem zależna od wartości prądów wytwarzających wypadkowe pole magnetyczne.

$$\psi = f(i_1, i_2, \ldots, i_n) \tag{11}$$

W przypadku środowiska liniowego, gdzie wartość indukcji magnetycznej jest proporcjonalna do natężenia pola często wykorzystujemy pojęcie indukcyjności jako wielkości wyznaczającej proporcje pomiędzy pojedynczym prądem wytwarzającym pola magnetyczne a wartością strumienia skojarzonego z konkretnym przewodnikiem (uzwojeniem). W przypadku, gdy pole magnetyczne wytwarzane jest przez prąd płynący przez to samo uzwojenie to współczynnik proporcjonalności nazywany jest indukcyjnością własną:

$$\psi_1 = Li_1 \tag{12}$$

W przypadku, gdy pole jest wytwarzane przez inny przewodnik niż ten, dla którego wyznaczamy strumień skojarzony, współczynnik proporcjonalności pomiędzy strumieniem a wartością prądu jest indukcyjnością wzajemną:

$$\psi_2 = Mi_1 \tag{13}$$

W ogólnym przypadku strumień skojarzony jest zatem wartością zależną od wszystkich prądów wytwarzających wypadkowe pole magnetyczne:

$$\psi = Li \pm \sum Mi_k \tag{14}$$

Pojęcie strumienia skojarzonego ma istotne znaczenie. Od jego wartości zależy bowiem sposób reakcji obwodu elektrycznego na zmianę wartości pola magnetycznego. Związek ten jest określony prawem Lentza, gdzie wartość indukowanego napięcia w obwodzie zależy od szybkości zmian strumienia z nim skojarzonego:

$$e = \frac{d\psi}{dt} \tag{15}$$

W wielu przypadkach uzwojenie ułożone jest w taki sposób, że każdy zwój obejmuje swoim zasięgiem taką samą wartość strumienia skojarzonego. W takim przypadku

$$\psi = z\phi \tag{16}$$

Ten efekt wytworzenia napięcia indukowanego w danym obwodzie nazywany jest często siłą elektromotoryczną transformacji. Innym sposobem wytworzenia napięcia w przewodniku jest jego ruch w polu magnetycznym. Takie napięcie nazywamy napięciem rotacji (siłą elektromotoryczną rotacji). Jej wartość jest zależna od wartości indukcji magnetycznej, długości przewodnika jak i prędkości poruszania się przewodnika:

$$e = Blv \tag{17}$$

Innym efektem działania pola magnetycznego jest wytworzenie siły mechanicznej. Wartość siły może uzależniona od indukcji magnetycznej, wartości prądu w przewodniku oraz jego długości umieszczonej w polu. W przypadku, gdy te wielkości będą występowały pod kątem prostym względem siebie otrzymamy proporcję znaną ze szkoły średniej:

$$F = Bil \tag{18}$$

W maszynach elektrycznych wykorzystujemy materiał ferromagnetyczny, gdzie zależność pomiędzy natężeniem pola magnetycznego a wartością indukcji magnetycznej jest silnie nieliniowa. W takim przypadku trudno dokonać dokładnej analizy matematycznej takich urządzeń. Często stosujemy tu uproszczenie polegające na analizie matematycznej opisanej w stanie ustalonym wielkościami sinusoidalnie zmieniających się wartości prądów, napięć oraz strumieni skojarzonych. Istotnego znaczenia nabiera tu fakt praktycznego użycia wartości skutecznych dla takich przebiegów. W czasie pomiaru mierzymy bowiem wartości skuteczne tych wielkości i zakładamy, że mają one charakter zmian sinusoidalnych w czasie, stąd ważne jest zrozumienia pojąć wartości skutecznych (średnich). Dla przypomnienia podaję definicje matematyczne tych wielkości:

$$I_{avr} = \frac{1}{T}\int_0^T i\,dt \tag{19}$$

$$I_{|avr|} = \frac{1}{T}\int_0^T |i|\,dt \tag{20}$$

$$I = I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2\,dt} \tag{21}$$

Współczynnik kształtu: $k_k = \frac{I}{I_{|avr|}}$ (dla przebiegu sinusoidalnego k_k=1,11)

Współczynnik szczytu: $k_s = \frac{I_{\max}}{I}$ (dla przebiegu sinusoidalnego $k_s = \sqrt{2}$)

Literatura:

[1] Chapman Stephen J.: Electrical Machinery Fundamentals. McGraw Hill, New York 2005

[2] Fitzgerald A. E., Kingsley Ch., Unmans S. D.: Electric Machinery. McGraw Hill Higher Education 2003

[3] Fleszar J., Śliwińska D., Zadania z maszyn elektrycznych, Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej, Kielce 2003

[4] Hebenstreit J., Gientkowski Z., Maszyny elektryczne w zadaniach, Wydawnictwo Akademii Rolniczo-Technicznej, Bydgoszcz 2003

[5] Mitew E., Maszyny Elektryczne, T1, T2, Wyd. Politechniki Radomskiej, Radom 2005

[6] Paul C. Krause, Oleg Wasynczuk, Scott D. Sudhoff: Analysis of Electric Machinery and Drive Systems. John Wiley & Sons Inc. IEEE Press Piscataway, New York 2002

[7] Plamitzer A.: Maszyny elektryczne. WNT, Warszawa 1982

[8] Przyborowski W., Kamiński G.: Maszyny elektryczne, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2014.

[9] Rene Le Doeuff, Mohamed El Hodi Zaim: Rotating Electrical Machines. John Wiley & Sons Inc., Hoboken 2010

[10] Sen P. G., Principles of electric machines and Power electronics, John Wiley & Sons, Ontario 1997

[11] Wildi Theodore: Electrical Machines, Drives and Power Systems. Pearson Education, New Jersey 2006

[12] Szewczyk A., Wiśniewski A., Puźniak R., Szymczak H.: Magnetyzm i nadprzewodnictwo, PWN, Warszawa 2012.

[13] Jaworski B.M., Diełtaf A.A.: Fizyka. Poradnik encyklopedyczny, PWN, Warszawa 1998.