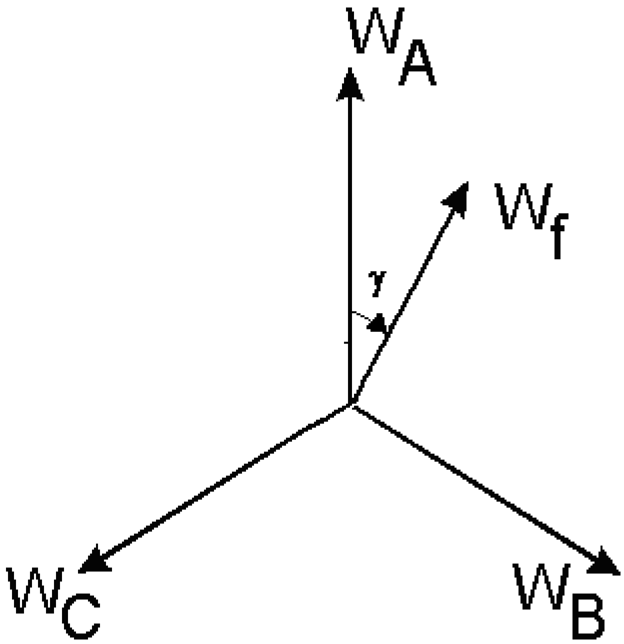
MASZYNA SYNCHRONICZNA CYLINDRYCZNA:

Brak klatki rozruchowo – tłumiącej – uwzględniamy tylko uzwojenie wzbudzenia i uzwojenie trójfazowe stojana



Równania stojana zapisane w postaci możemy przedstawić w postaci identycznej jak dla maszyny asynchronicznej:

$$[u] = [R][i] + \frac{d[\psi]}{dt}$$

Równanie wirnika (tylko uzwojenie wzbudzenia):

$$u_f = R_f i_f + \frac{d\psi_f}{dt}$$

$$[\psi] = \begin{bmatrix} \psi_A \\ \psi_B \\ \psi_C \end{bmatrix}$$

$$[\psi] = ([L_\sigma] + [M_{ss}])[i] + [M_{sr}][i]_f$$

L_σ – indukcyjności związane ze strumieniem rozproszenia uzwojeń stojana
M_{ss} – indukcyjności związane ze strumieniem głównym w obrębie stojana
M_{sr} – indukcyjności wzajemne pomiędzy uzwojeniami stojana i uzwojeniem wzbudzenia

Przyjmując, że uzwojenie stojana jest symetryczne otrzymamy:

$$[L_\sigma] = L_\sigma \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Indukcyjności wzajemne w obrębie samego stojana:

$$[M_{ss}] = L_s \begin{bmatrix} 1 & \cos 120^\circ & \cos 240^\circ \\ \cos 120^\circ & 1 & \cos 120^\circ \\ \cos 240^\circ & \cos 120^\circ & 1 \end{bmatrix}$$

$$[M_{ss}] = L_s \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

Indukcyjności pomiędzy uzwojeniami stojana i wirnika:

$$[M_{sr}] = L_f \begin{bmatrix} \cos\gamma \\ \cos(120^\circ - \gamma) \\ \cos(240^\circ - \gamma) \end{bmatrix}$$

Macierz rezystancji stojana:

$$[R] = R_s \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Transformacja równań maszyny do układu $\alpha\beta$ odbywa się poprzez mnożenie lewostronne równań stojana przez macierz transformacji [S]:

$$[S][u] = [S][R][i] + \frac{d}{dt}([S][\psi])$$

Biorąc pod uwagę:

$$[S][u] = [u_{\alpha\beta}] \qquad [S]^{-1}[i_{\alpha\beta}] = [i]$$

$$\left[u_{\alpha\beta}\right] = R\left[S\right]\left[1\right]\left[S\right]^{-1}\left[i_{\alpha\beta}\right] + \frac{d\left[\psi_{\alpha\beta}\right]}{dt}$$

$$\left[u_{\alpha\beta}\right] = R\left[i_{\alpha\beta}\right] + \frac{d\left[\psi_{\alpha\beta}\right]}{dt}$$

Macierz indukcyjności rozproszenia transformuje się identycznie jak rezystancji:

$$\left[\psi\right] = ([L_\sigma] + [M_{ss}])\left[i\right] + [M_{sr}]\left[i\right]_f$$

$$\left[\psi_{\alpha\beta}\right] = \left[S\right]([L_\sigma] + [M_{ss}])\left[S\right]^{-1}\left[i_{\alpha\beta}\right] + \left[S\right][M_{sr}]\left[i\right]_f$$

Macierz indukcyjności rozproszenia przyjmuje postać:

$$\left[L_{\sigma\alpha\beta}\right] = \left[S\right][L_\sigma]\left[S\right]^{-1} = L_\sigma[1]$$

Macierz indukcyjności wzajemnych M_{ss}:

$$\left[L_{\alpha\beta}\right] = \left[S\right][M_{ss}]\left[S\right]^{-1}$$

$$\left[L_{\alpha\beta}\right] = L_\mu \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad L_\mu = \frac{3}{2} L_s$$

Macierz indukcyjności M_{sr} po transformacji przyjmuje postać:

$$[M_{\alpha\beta}] = L_f \begin{bmatrix} \cos\gamma \\ \sin\gamma \\ 0 \end{bmatrix}$$

Przy założeniu, że w maszynie nie płynie składowa zerowa prądu możemy napisać równania w układzie $\alpha\beta$:

$$u_\alpha = Ri_\alpha + (L_\sigma + L_\mu)\frac{di_\alpha}{dt} + L_f \frac{d(i_f \cos\gamma)}{dt}$$

$$u_\beta = Ri_\beta + (L_\sigma + L_\mu)\frac{di_\beta}{dt} + L_f \frac{d(i_f \sin\gamma)}{dt}$$

Przyjmijmy, że maszyna jest symetryczna, prąd wzbudzenia jest stały a kąt γ zmienia się według zależności:

$$\gamma = \omega t$$

Załóżmy, że prędkość wirowania wirnika jest stała oraz prądy i napięcia zmieniają się sinusoidalnie, przy czym ich częstotliwość odpowiada pulsacji:

$$\omega = 2\pi f$$

Wszystkie dotychczasowe równania wyprowadzane były dla jednej pary biegunów, stąd kąt γ w powyższych równaniach jest kątem elektrycznym, który zależy od kąta mechanicznego w zależności:

$$\gamma = p\gamma_m$$

Stąd związek pomiędzy prędkością mechaniczną a częstotliwością określa wzór:

$$\gamma = p\gamma_m = 2\pi ft \qquad \omega_m = \frac{2\pi f}{p}$$

Dla symetrycznych stanów ustalonych przebiegi w każdej wielkości fizycznych fazie są jednakowe, tylko przesunięte w dziedzinie czasu o kąt 120°. Przy przejściu z układu $\alpha\beta$ do składowych naturalnych ABC przebiegi w fazie A są identyczne z przebiegami w osi α (przy zastosowaniu transformacji o współczynniku 2/3). Stąd analizę dla stanu ustalonego możemy przeprowadzać dla schematu zastępczego opisującego równania w fazie α. W przypadku analizy maszyny w stanie ustalonym sinusoidalne przebiegi czasowe można przedstawić w postaci zespolonej. Otrzymamy:

$$\underline{U} = R\underline{I} + jX_d\underline{I} + \underline{E}$$

$$X_d = X_\sigma + X_{ad} = \omega L_\sigma + \omega L_\mu$$

X_d – reaktancja synchroniczna
X_{ad} - reaktancja reakcji twornika
X_σ - reaktancja rozproszenia twornika
$\underline{E}$ – napięcie indukowane od strumienia wywołanego prądem wzbudzenia
$\underline{U}$ – napięcie na zaciskach maszyny

Maszyny synchroniczne zwykle pracują jako generatory, stąd wygodniej jest analizować maszynę synchroniczną podstawiając:

$$\underline{I}_t = -\underline{I}$$

Otrzymamy:

$$\underline{E} = R\underline{I}_t + jX_d\underline{I}_t + \underline{U}$$